

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
Математического и прикладного анализа

А.И. Шашкин  
*подпись, расшифровка подписи*

23.03.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.В.ДВ.04.03 Введение в стохастический анализ

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

01.03.02 Прикладная математика и информатика

**2. Профиль подготовки/специализация:** базовая часть (все профили)

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

0606 Математического и прикладного анализа

**6. Составители программы:** Гликлих Юрий Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор

*(ФИО, ученая степень, ученое звание)*

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (23.03.2024 г., протокол №5)

*(наименование рекомендующей структуры, дата, номер протокола)*

**8. Учебный год:** 2024/2025

**Семестр(ы):** 7

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

овладение основными понятиями стохастического анализа, в частности, нового направления в стохастическом анализе, связанного с уравнениями и включениями с так называемыми производными в среднем.

*Задачи учебной дисциплины:*

- построение моделей различных физических процессов в терминах уравнений с производными в среднем;
- проведение экспериментов с моделями;
- составление отчетов о проведенных экспериментах.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к части части формируемой участниками образовательных отношений (Б1.В.ДВ.04). Предшествующая дисциплина – Теория вероятности и математическая статистика.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен подготовить элементы документации, проекты планов и программы проведения отдельных этапов работ	ПК-2.1	Осуществляет планирование и готовит программы проведения отдельных этапов работ.	Знать: Конструкции стохастических интегралов. Уметь: Строить стохастические модели физических процессов на основе производных в среднем. Владеть: Знаниями о разрешимости стохастических дифференциальных уравнений.
ПК-2	Способен подготовить элементы документации, проекты планов и программы проведения отдельных этапов работ	ПК-2.2	Проводит эксперименты в соответствии с поставленными задачами по отдельным этапам работ.	Знать: Конструкции стохастических интегралов. Уметь: Строить стохастические модели физических процессов на основе производных в среднем. Владеть: Знаниями о разрешимости стохастических дифференциальных уравнений.
ПК-4	Способен разрабатывать комплекс требований к программному обеспечению, осуществлять его проектирование с учетом особенностей предметной области для решения прикладных задач в естественных	ПК-4.1	Проводит анализ и формализацию предметной области, выявляет информационные потребности и оценивает возможности реализации требований к компьютерному программному обеспечению и ИР.	Знать: Конструкции стохастических интегралов. Уметь: Строить стохастические модели физических процессов на основе производных в среднем. Владеть: Знаниями о разрешимости стохастических дифференциальных уравнений.

науках, промышленности и бизнесе и управлять работами по созданию (модификации) и сопровождению информационных ресурсов.			
--	--	--	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.** (в соответствии с учебным планом) — 2/72.

**Форма промежуточной аттестации** (зачет/экзамен) зачет.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам
		7 семестр
Аудиторные занятия	32	32
в том числе:	лекции	16
	практические	16
	лабораторные	
Самостоятельная работа	40	40
в том числе: курсовая работа (проект)		
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час.)		
Итого:	72	72

#### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Случайные величины и случайные процессы.	Вероятностные пространства, сигма-алгебры, меры, случайные величина, случайные процессы.	
1.2	Винеровский процесс. Мера Винера.	Определение и свойства винеровского процесса.	
1.3	Стохастические интегралы. Стохастические дифференциальные уравнения.	Интеграл Ито, Интеграл Стратоновича, стохастическое дифференциальное уравнение, сильные и слабые решения.	
1.4	Диффузионные процессы и их генераторы.	Диффузионные процессы, генераторы, связь с параболическими уравнениями.	
1.5	Производные в среднем от случайного процесса.	Понятие и типы производных в среднем, уравнения с производными в среднем разных типов, существование решений и их свойства.	
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Случайные величины и случайные процессы.	Упражнения по работе со случайными величинами и случайными процессами.	
2.2	Стохастические интегралы. Стохастические дифференциальные уравнения.	Упражнения по работе со стохастическими интегралами и стохастическими дифференциальными уравнениями.	
2.3	Диффузионные процессы и их генераторы.	Упражнения о связи генераторов диффузионных процессов с параболическими уравнениями.	
2.4	Производные в среднем от случайного процесса.	Работа с уравнениями с производными в среднем.	
<b>3. Лабораторные занятия</b>			

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Случайные величины и случайные процессы.	4	4		8	16
2	Стохастические интегралы. Стохастические дифференциальные уравнения.	4	4		8	16
3	Диффузионные процессы и их генераторы.	2	2		4	8
4	Производные в среднем от случайного процесса.	6	6		20	32
	Итого:	16	16		40	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Наиболее сложными разделами являются стохастические интегралы, стохастические дифференциальные уравнения и производные в среднем.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Гликлих Ю.Е. Элементы стохастического анализа. Учебное пособие. ВГУ, 2017. 44 с.
2	Гликлих Ю.Е. Стохастические уравнения и включения с производными в среднем и их приложения // Современная математика. Фундаментальные направления, 2022, Т. 68, № 2, С. 191-337.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Ширяев А.Н. Вероятность. / А.Н. Ширяев.- М.: Наука Физматлит, 1989.- 640 с.
2	Гихман И. И Теория случайных процессов. / И.И. Гихман, А.В. Скороход.- М.: Наука, 1975.- Т.3.- 496 с.
3	Гликлих Ю.Е. Глобальный и стохастический анализ в задачах математической физики / Ю.Е. Гликлих.- М.: КомКнига, 2011.- 416 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс

### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете.
2	Инструкция. Общие рекомендации по оформлению курсовых и выпускных квалификационных работ.

### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Используются традиционные технологии – лекции и практические занятия.

Дисциплина может быть реализована с применением дистанционных образовательных технологий на Образовательном портале «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/>) на базе соответствующих ЭУМК.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель (столы, стулья, доска).

Дисциплина реализуется в соответствии расписанием учебных занятий и расписанием промежуточных аттестаций.

Аудитория для проведения лекционных и семинарских (практических) занятий, текущего контроля и промежуточных аттестаций должна содержать специализированную мебель (столы, стулья, доска).

Аудитория для проведения консультаций должна содержать специализированную мебель (столы, стулья, доска (для групповых консультаций)).

Посещение для самостоятельной работы обучающихся должно содержать специализированную мебель (столы, стулья) и компьютерную технику с возможностью подключения к сети "Интернет".

При подготовке к лекционным и семинарским занятиям, текущей и промежуточной аттестациям, освоении дисциплины в дистанционном формате студент может пользоваться компьютерной техникой, подключенной к сети "Интернет", со следующим программным обеспечением:

- операционная система (Windows или Linux);
- Microsoft Office или LibreOffice;
- браузер (Mozilla Firefox, или Internet Explorer, или Chrome и др.).

Если дисциплина реализуется с применением дистанционных технологий, то перечень материально-технического обеспечения дисциплины при необходимости может быть дополнен.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Стохастические интегралы. Стохастические дифференциальные уравнения.	ПК-4	ПК-4.1	КИМы, практические занятия
2.	Производные в среднем от случайного процесса.	ПК-4	ПК-4.1	КИМы, практические занятия
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				КИМ, Перечень вопросов

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств

Тестовые задания.

Описание технологии проведения

Проведение тестов на занятиях.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Ставится зачет, если правильные ответы получены на три четверти вопросов теста.

### 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств

Зачет в традиционной форме с билетами и устным ответом.

Перечень вопросов к зачету:

1. Меры и сигма-алгебры.
2. Случайные величины. Случайные процессы.
3. Цилиндрические множества.
4. Условное математическое ожидание.
5. Мартингалы и семимартингалы.
6. Слабая сходимость вероятностных мер.
7. Винеровский процесс.
8. Интеграл Ито.
9. Интегралы Ито высших порядков.
10. Интеграл Стратоновича.
11. Формула Ито.
12. Стохастические дифференциальные уравнения.
13. Стохастические дифференциальные уравнения диффузионного типа.
14. Понятия сильного и слабого решения стохастического дифференциального уравнения.
15. Теорема существования слабого решения стохастического дифференциального уравнения с непрерывными коэффициентами.
16. Теорема Вонга-Закаи.
17. Стохастические потоки и их генераторы.
18. Применение к теории параболических уравнений с частными производными.
19. Определение производных в среднем – справа, слева, симметрической, антисимметрической, квадратичной.
20. Формулы о текущей и осмотической скоростях.
21. Уравнения с производными в среднем. Теоремы существования решений.
22. Уравнения леонтьевского типа со случайными возмущениями.

Описание технологии проведения

Традиционная.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Ставится зачет, если правильные ответы получены на три четверти содержания билета.